广东省 2021 年普通高等学校专升本模拟试卷答案

数学专业综合

一、单项选择题（每小题 5 分，共计 50 分）

1.D 根据有界集的定义“若数集 S 既有上界又有下界，则称 S 微有界集，若 S 不是有界集，则称为 S 为无界集。

2.A

3.A

4.B

5.D

6.C

7.C

8.A

9.B

10.B

二、填空题（每小题 6 分，共计 48 分）

11. $t=\tan\frac{x}{2}$

12. 聚点

13. $a_1,\ a_2,\ldots,a_n$

14. 无关

15. 0

16. 5

17. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=36$

18. （0,1,0）

三、计算题（8 题，共计 102 分）

19.考虑曲线与 x 轴的交点。

曲线 y=x（x-1）（2-x）与 x 轴的交点为 x=0,x=1,x=2,

当 $0<x<1$ 时，$y<0$;当 $1<x<2$ 时，$y>0$

所以 $A=\int_0^2 |y|dx=-\int_0^1 x(x-1)(2-x)dx+\int_1^2 x(x-1)(2-x)dx=\frac{1}{2}$.

20.将 $t=\frac{\Pi}{2}$ 代入参数方程得 $P_0(\frac{\Pi}{2}-1,1,2\sqrt{2})$.

该曲线的切向量为:

$=(x'(\frac{\Pi}{2}),y'(\frac{\Pi}{2}),z'(\frac{\Pi}{2}))=(1,1,\sqrt{2})$,

由此得切线方程为 $\frac{x-\Pi/2+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

法平面方程为：$1\cdot(x-\frac{\Pi}{2}+1)+1\cdot(y-1)+\sqrt{2}(z-2\sqrt{2})=0$

即 $x+y+\sqrt{2}z=\frac{\Pi}{2}+4$

21.设 $L(X,Y,\gamma)=X^2+Y^2+\gamma(X+Y-1)$.对 L 求偏导数，并令它们都等于 0，则令

$$\begin{cases} L_X=2X+\gamma=0 \\ L_Y=2y+\gamma=0 \\ L_\gamma=x+y-1=0 \end{cases}$$

解之得 $x=y=\frac{1}{2}$, $\gamma=-1$

由于当 $x\to\infty$, $y\to\infty$ 时，$f\to\infty$.故函数必在唯一的稳定点处取得极小值，极小值 $f(\frac{1}{2},\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$.

22.解：上述二图形的公共点的坐标满足

$$\begin{cases} x^2+y^2-2x=0 \\ x=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2=c(2-c) \\ x=c \end{cases}$$

从而：（I）当 $0<c<2$ 时，公共点的轨迹为：

$$\begin{cases} y=\sqrt{c(2-c)} \\ x=c \end{cases} \quad 及 \quad \begin{cases} y=-\sqrt{c(2-c)} \\ x=c \end{cases}$$

即为两条平行轴的直线;

（II）当 $c=0$ 时，公共点的轨迹为：

$$\begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases}$$ 即为 z 轴;

（III）当 $c=2$ 时，公共点的轨迹为：

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$ 即过 $(2,0,0)$ 且平行于 z 轴的直线；

（Ⅳ）当 $c > 2$ 或 $c < 0$ 时，两图形无公共点。

23.解：（1）从原方程得：$x^2 - z^2 = -y^2$

即：$(x+z)(x-z) = -y \cdot y$

亦即：$\dfrac{x+z}{y} = -\dfrac{y}{x-z} = t \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x+z = ty \\ (x-z)t = -y \end{cases}$

为了避免取极限，将上方程写成：

$$\begin{cases} s(x+z) = ty \\ (x-z)t = -sy \end{cases} \qquad (1)$$

若将原方程变形为：$y^2 - z^2 = -x^2$，则可得到：$\begin{cases} u(y+z) = vx \\ v(y-z) = -ux \end{cases}$

（2）

若令 $u = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(t-s)$，$v = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(t+s)$，则（2）便是（1）

$\therefore$ 原曲面的直母线族是（1），其中 s,t 不全为零。

24.（1）由 $\begin{cases} 6x - \dfrac{1}{2}y + \dfrac{3}{2} = 0, \\ -\dfrac{1}{2}x - y + \dfrac{1}{2} = 0 \end{cases}$ 得中心坐标 $(-\dfrac{1}{5}, \dfrac{3}{5})$.

而由 $6X^2 - XY - Y^2 = 0$ 得渐进方向为 $X:Y = 1:2$ 或 $X:Y = -1:3$，所以渐进线方程分别为 $2x - y + 1 = 0$ 与 $3x + y = 0$

25. 解：利用综合除法可得

1	1	$-6/5$ 1	$1/5$ $-1/5$	0 0	$4/5$ 0
	1	$-1/5$ 1	0 $4/5$	0 $4/5$	$4/5$
	1	$4/5$ 1	$4/5$ $9/5$	$4/5$	
	1	$9/5$ 1	$13/5$		
	1	$14/5$			
	1				

所以 $f(x)=5x^4-6x^3+x^2+4=5(x^4-\frac{6}{5}x^3+\frac{1}{5}x^2+\frac{4}{5})$

$$=5[(x-1)^4+\frac{14}{5}(x-1)^3+\frac{13}{5}(x-1)^2+\frac{4}{5}(x-1)+\frac{4}{5}]$$

$$=5(x-1)^4+14(x-1)^3+13(x-1)^2+4(x-1)+4$$

26.解：$D_n=x\begin{vmatrix} x & y & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}_{n-1}+(-1)^{n+1}\begin{vmatrix} y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ x & y & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & y \end{vmatrix}_{n-1}$