

广东省 2021 年普通高等学校专升本招生考试 高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分，每小题只有一项符合题目要求）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x} = ()$
A.1 B.2 C.3 D.4
2. 点 $x = 3$ 是 $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ 的()
A.连续点 B.可去间断点 C.无穷间断点 D.跳跃间断点
3. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数， C 为任意常数，则下列正确的是()
A. $\int F(x)dx = f(x)$ B. $F'(x) = f(x) + C$
C. $f'(x) = F(x) + C$ D. $\int f(x)dx = F(x) + C$
4. 设常数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则下列收敛的是()
A. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + \frac{1}{n})$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + \frac{1}{2})$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + \frac{1}{3^n})$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - \frac{1}{\sqrt{n}})$
5. 设 $f(x) = \int_0^{x^2} \sin t^2 dt$, $g(x) = 3x^6 + 4x^5$, 当 $x \rightarrow 0$ 时
A. $f(x)$ 比 $g(x)$ 低阶无穷小 B. $f(x)$ 比 $g(x)$ 高阶无穷小
C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 等价无穷小 D. 非等价，同阶无穷小

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. $\begin{cases} x = 2t^3 + 3 \\ y = t^2 - 4 \end{cases}$ 在 $t=1$ 相应的点处切线斜率为_____.
7. 求 $x = x^2y$ 的全微分_____.
8. $\frac{dx}{dy} = y + 2$, 初值为 $y|_{x=0} = -1$ 的特解为 $y =$ _____.
9. $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3 - x\}$, 求 $\iint_D d\sigma =$ _____.
10. 连续函数 $f(x)$ 满足 $\int_0^{2x+1} f(t)dt = -2x^3 + 1$, 则 $f(3) =$ _____.

十三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+3} - x)$ 的值.
12. $y = 2^x + x^x (x > 0)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.
13. 求不定积分 $\int (x+5) \cos 3x dx$.
14. 求定积分 $\int_{-2}^2 \frac{x^{2021} + |x|}{x^2 + 1} dx$.
15. $z = z(x, y), e^{zy} - xz = 1$. 求 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$.
16. 已知 $x^2 + y^2 \leq 4$ 的第一象限为平面区域 D, 求 $\iint_D e^{x^2+y^2} d\sigma$.
17. 判断 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{2n+1})^n$ 的收敛性.
18. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ 6-x, & x > 2 \end{cases}$, 求 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$. 求 $F(x)$ 表达式, 并讨论 $F(x)$ 在点 $x = 2$ 处的连续性.

十四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分）

19. 做一个容积为 64π 立方米的圆柱形无盖容器, 底、侧材质相同且厚度不计。
问：底面半径为何值时，才能使所用材料最省？
20. 过坐标原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线 L, 该切线与直线 $x = 1$ 及 $y = \ln x$ 围成平面图形 D。
 - (1) 求切线 L 的方程；
 - (2) 求平面图形 D 的面积。